

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

ZAVRŠNI RAD

Sven Bokulić

Zagreb, 2019.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

ZAVRŠNI RAD

Mentori:

Dr. sc. Tomislav Staroveški, dipl. ing.

Student:

Sven Bokulić

Zagreb, 2019.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći znanja stečena tijekom studija i navedenu literaturu.

Zahvaljujem se mentoru Doc.dr.sc. Tomislavu Staroveškom na potrebnoj opremi i prostoru za rad, te potpori koja je rezultirala ovim radom.

Zahvaljujem se također i svojoj obitelji, prijateljima i svima koji su bili potpora u dosadašnjem studiranju.

Sven Bokulić



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite
Povjerenstvo za završne ispite studija strojarstva za smjerove:
proizvodno inženjerstvo, računalno inženjerstvo, industrijsko inženjerstvo i menadžment, inženjerstvo
materijala i mehatronika i robotika

Sveučilište u Zagrebu	
Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa:	
Ur.broj:	

ZAVRŠNI ZADATAK

Student:

Sven Bokulić

Mat. br.: 0035202335

Naslov rada na
hrvatskom jeziku:

**Razvoj vizijskog sustava za bezkontaktno mjerenje radijusa
tankostijenih cilindričnih ploha**

Naslov rada na
engleskom jeziku:

**Development of Machine Vision System for Measurement of Thin
Cylindrical Surface Radius**

Opis zadatka:

Mjerenje radijusa tankostijenih cilindričnih ploha u inženijskim uvjetima može se smatrati tehnološki zahtjevnim problemom. Razlog tomu leži u činjenici da bi kontaktne mjerne metode rezultirale deformacijom mjerene pozicije, a mjerni ciklusi bili bi neprihvatljivo dugi. Uz navedeno je potrebno imati u vidu i mjerno područje sustava, koje bi s obzirom na dostupne kontaktne mjerne senzore bilo razmjerno usko. Predmetni sustav moguće je realizirati i bezkontaktnim mjernim metodama, čime bi se potencijalno mogli izbjeći svi navedeni nedostaci kontaktnog pristupa. Imajući u vidu dostupnu opremu kao i biblioteke za obradu i analizu slikovnih podataka pisane u otvorenom kodu (engl. *Open Source*), u radu je potrebno:

1. Istražiti različite metode mjerenja tankostijenih cilindričnih ploha bezkontaktnim mjernim pristupom.
2. Izraditi odgovarajući ispitni postav prikladan za razvoj odabrane mjerne metode.
3. Razviti programsku podršku za odabranu metodu.
4. Testirati sustav s nekoliko različitih pozicija.
5. Dati zaključke rada.

Zadatak zadan:

29. studenog 2018.

Zadatak zadao:

Rok predaje rada:

1. rok: 22. veljače 2019.
2. rok (izvanredni): 28. lipnja 2019.
3. rok: 20. rujna 2019.

Predviđeni datumi obrane:

1. rok: 25.2. - 1.3. 2019.
2. rok (izvanredni): 2.7. 2019.
3. rok: 23.9. - 27.9. 2019.

Predsjednik Povjerenstva:

Prof. dr. sc. Branko Bauer

SADRŽAJ

1. UVOD	1
1.1. Transformatori	1
1.2. Prešpan	2
1.3. Konceptualno rješenje stroja	3
2. ODABIR KONCEPTUALNOG RIJEŠENJA MJERENJA RADIJUSA	5
2.1. Definiranje kružnice	5
2.2. Konceptualno rješenje mjerenja radijusa	7
3. STROJNI VID	9
3.1. Razvoj strojnog vida	9
4. HARDVERSKJE KOMPONENTE	12
4.1. Kamera	12
4.2. Objektiv	13
4.3. Odabir tehnike rasvjete	15
5. PROGRAMSKA PODRŠKA	17
5.1. Kalibracija kamere	17
5.2. Perspektivna transformacija	21
5.2.1. ArUco	22
5.3. Mjerenje radijusa	24
5.3.1. Hough-ova metoda transformacije za kružnice	24
6. ISPITIVANJE	28
6.1. Kalibracija kamere	28
6.2. Perspektivna kalibracija	29
6.3. Mjerenje radijusa	31
7. ZAKLJUČAK	35

POPIS SLIKA

Slika 1	Oblikovanje tankostijenog materijala uz pomoć valjaka.....	3
Slika 2	Konceptualno rješenje stroja za oblikovanje prešpana u cilindričan oblik	4
Slika 3	Prikaz izgleda senzora kamere i razine osvjetljenosti.....	13
Slika 4	Ovisnost dubinske oštine DOF o otvoru blende	14
Slika 5	Prikaz vrsta izobličenja slike uzrokovanih objektivom: a) jastučasto izobličenje, b) bez izobličenja, c) bačvasto izobličenje	14
Slika 6	Model Pinhole kamere.....	18
Slika 7	Prikaz perspektivne transformacije	21
Slika 8	Primjer 5x5 ArUco markera	23
Slika 9	Učitani kalibracijski uzorak i detektirani kalibracijski uzorak	29
Slika 10	Ulazna slika i izlazna perspektivno transformirana slika	30
Slika 11	Slika izmjerenog radijusa	31
Slika 12	Slika sa pronađenim radijusom i odbljeskom	32
Slika 13	Grafički prikaz podataka dobivenih mjerenjem.....	33

POPIS TABLICA

Tablica 1 Podaci mjerenja.....	33
--------------------------------	----

POPIS OZNAKA

Oznaka	Jedinica	Opis
d	mm	Promjer
DOF	mm	Dubinska oštrina
FOV	mm	Područje gledanja
FPS	1/s	Slika po sekundi
Nf	piksel	Broj piksela koji opisuje najmanju značajku
p		koordinata središta kružnice u smjeru x osi
q		koordinata središta kružnice u smjeru y osi
r	mm	Radijus
Ri	piksel	Rezolucija senzora kamere
Rs	mm/piksel	Prostorna rezolucija
S		Središte kružnice
Sf	mm	Veličina najmanje značajke

SAŽETAK

U radu je obrađena problematika mjerenja radijusa primjenom vizijskog sustava, te izrada jedne od mogućih metoda mjerenja. Raspon radijusa na koju se metoda primarno fokusira kreću se u rasponu od 100 do 500 mm. Cilj rada je istražiti različite metode mjerenja cilindričnih ploha, izabrati metodu koja ima najveći potencijal, te ispitati odabranu metodu.

Unutar uvodnog poglavlja dat je stvarni primjer stroja kojemu je potreban predmetni mjerni sustav. Za određivanje mogućih metoda mjerenja potrebno je bilo odrediti način definiranja kružnice. Prilikom odabira konceptualnog rješenja razmotrene su i druge potencijalne metode mjerenja, te su navedeni njihovi nedostaci. Odabrana metoda mjerenja koristi strojni vid, te su opisani koraci u projektiranju sustava strojnog vida i postupak njegove izrade. Razvijeni računalni program potreban za rad vizijskog sustava pisan je programskim jezikom Python koristeći biblioteke otvorenog koda. Osnovni dijelovi računalnog programa su: kalibracija kamere, perspektivna kalibracija i mjerenje radijusa. Naposljetku će se prikazati rad programa i provesti ispitivanje izabrane metode za različite radijuse i različite orijentacije kamere u odnosu na predmet mjerenja. Dobiveni rezultati bit će komentirani i na temelju njih će se predložiti moguća poboljšanja za daljnje unaprjeđenje i moguću primjenu metode.

Ključne riječi: mjerenje radijusa, strojni vid, otvoreni kod (engl. *Open Source*), kalibracija kamere.

SUMMARY

This thesis deals with issues of radius measurement using the machine vision system and proposes a possible method of measurement. The aim of this thesis is to explore different methods of measuring cylindrical surfaces while the proposed method focuses primarily on radii in the range of 100 to 500 mm.

An exemplary machine requiring a measurement system solution is presented followed by a discussion on the drawbacks of potential measurement methods. Subsequently, a method of defining a circle is described and a measurement method proposed accordingly. The design and construction processes for the proposed machine vision system are described to which end a computer code is developed to implement the proposed measurement method. The developed computer code is written in the Python programming language using Open Source libraries and encompasses camera calibration, perspective calibration and radius measurement. The validation and testing of the method have been performed with varying radii and camera orientations with respect to the measured object. The results are presented along with a discussion at the end and show promise for the proposed measurement method.

Key words: Radius Measurement, Machine Vision, Open Source; Camera calibration.

1. UVOD

Trendovi današnje proizvodnje i zahtjeva nad proizvodom su sve zahtjevniji i dinamičniji. Zahtjevi se ogledaju u povećanju varijabilnosti, kompleksnosti i kvalitete proizvoda, dok životni vijek i isporuka proizvoda teži sve kraćem vremenu. Opstanak na ovako dinamičnom tržištu zahtjeva stalna ulaganja u proizvodnju koja jamči konkurentnost i dugoročnu stabilnost na tržištu. Modeli razvoja se mogu svrstati u dvije skupine, a to su tržišni i proizvodni model. Prioritet tehnološkog područja djelovanja je proizvodni model razvoja. Njegov glavni cilj je povećanje produktivnosti pri jednakim troškovima, odnosno manji troškovi po jedinici proizvoda. Osim stalne težnje za profitom današnja proizvodnja teži i ka humanizaciji rada. Ona zahtjeva da se ljudska radna snaga nadomjestiti strojnom kod ponavljajućih poslova i poslova koji se mogu dovesti u direktnu vezu s narušavanjem zdravlja. Osim same brige za zdravlje radnika, strojevi i roboti su u velikoj većini slučajeva pouzdaniji, te se iz tog razloga sve više poslova automatizira.

1.1. Transformatori

Transformatori su uređaji koji su u zadnjem stoljeću imali veliki značaj pri prijenosu električne energije od mjesta generiranja do krajnjeg potrošača. Radi se o izmjeničnom elektromagnetskom uređaju koji električnu energiju izmjeničnog napona i struje pretvara u električnu energiju druge vrijednosti pri konstantnoj frekvenciji na principu elektromagnetske indukcije. Elektromagnetska indukcija je pojava induciranoga napona na krajevima vodiča uslijed gibanja vodiča u magnetskom polju, odnosno u slučaju transformatora vodič miruje dok se smjer magnetskog polja mijenja protokom izmjenične struje kroz namotaj transformatora.

Transformatore se može podijeliti u više skupina:

1. Prema namjeni:
 - a. Energetski
 - b. Mjerni
 - c. Regulacijski
 - d. Transformatori specijalne namjene

2. Prema broju faza:
 - a. Jednofazni
 - b. Trofazni
3. Prema frekvenciji:
 - a. Visoko frekventni (VF) $>100\text{kHz}$
 - b. Nisko frekventni
4. Prema visini napona:
 - a. Visoko naponski $>1\text{kV}$
 - b. Nisko naponski
5. Prema vrsti hlađenja:
 - a. Suhi (zrak kao rashladno sredstvo)
 - b. Uljni (ulje kao rashladno sredstvo)

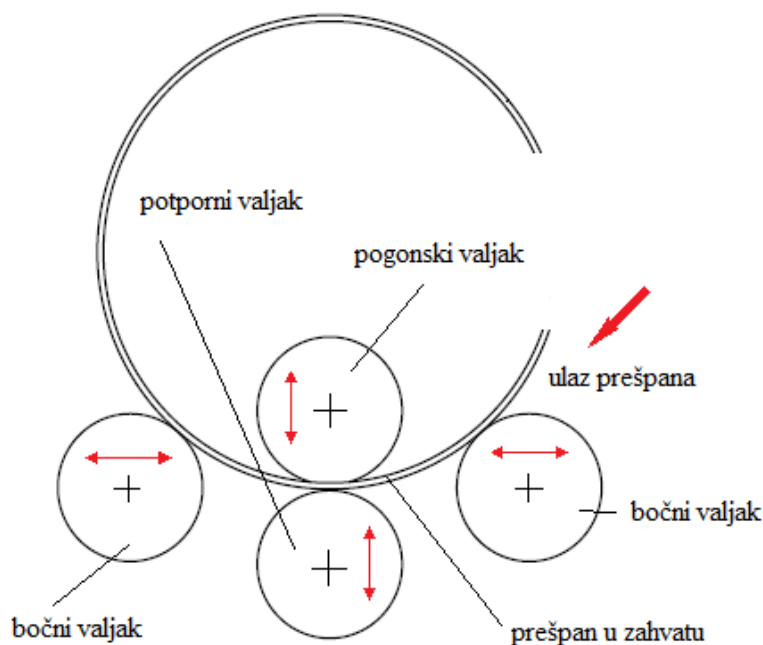
Osnovni konstrukcijski dijelovi transformatora su jezgra transformatora i dva ili više odvojena namotaja. Jezgra transformatora predstavlja magnetski krug sa zadaćom provođenja magnetskog toka kroz namotaje transformatora, dok namotaji služe za stvaranje magnetskog toka u jezgri transformatora kod primarnog namotaja, odnosno induciranja napona na krajevima namotaja kod sekundarnog namotaja. Komponente od kojih se namotaji sklapaju i izrađuju dijele se na električki aktivne i električki pasivne odnosno izolacijske komponente. Izolacija na namotajima služi kako bi se spriječio kratki spoj između dva susjedna namotaja i zaštitili namotaji od vanjskih okolišnih utjecaja. Korišteni izolacijski materijali su: pamuk, lak, svila, mineralna i sintetička ulja te prešpan.

1.2. Prešpan

Prešpan (eng. pressboard, transformer board) je izolacijski materijal koji se koristi u visokonaponskim transformatorima kao potporni materijal i materijal koji se nalazi između jezgre i samih namotaja. Radi se o kompozitnom materijalu sačinjenom od izolacijskog papira i epoksidne smole izrađen u obliku ploča jednakog presjeka. Naknadnim rezanjem na trake i oblikovanjem dobiva se kružni cilindar koji se potom ugrađuje u transformator. Trenutna tehnologija oblikovanja se temelji na ručnom radu radnika što bi se uz današnje dosege tehnologije moglo izbjeći i radnika osloboditi repetitivnog rada.

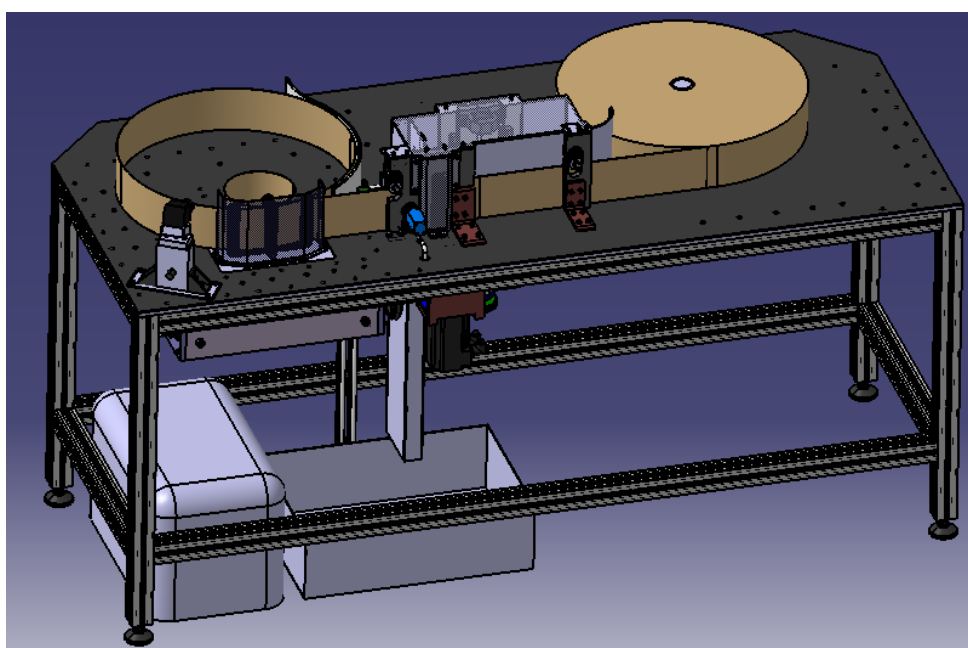
1.3. Konceptualno rješenje stroja

Konceptualno rješenje oblikovanja prešpana u cilindričan oblik sastojalo bi se od sustava s četiri valjka: pogonskog, potpornog i dva bočna valjka (Slika 1), te sustava odrezivanja. Pomicanjem bočnih valjaka omogućuje se promjena količine unosa deformacije u tankostijeni element, a pogonski i potporni valjci služe kao prigon materijalu za prolaz kroz valjke. Ispitivanje ovakvog koncepta deformiranja pokazalo je da za konstantni razmak potpornih valjaka prešpan poprima približno konstantni radijus. Zbog svojstva prešpana kao što su nehomogenost, apsorpcija vlage, nejednolik udio papira i smole, te druge varijacije u svojstvima koje se mogu javiti između šarža dovode do zaključka da je stroj moguće automatizirati na temelju rezultata dobivenih eksperimentalnim putem, ali u tom slučaju nije moguće jamčiti ujednačenu kvalitetu proizvoda. Način na koji bi se mogla postići ujednačena kvaliteta je mjerenjem radijusa u stvarnom vremenu u cilju ostvarivanja povratne veze za dinamičku korekciju potpornih valjaka. Informacija o ostvarenom radijusu za trenutni razmak bočnih valjaka služila bi kao povratna informacija za korekciju odstupanja od traženog radijusa. [3]



Slika 1 Oblikovanje tankostijenog materijala uz pomoć valjaka

Stroj osim sustava valjaka za oblikovanje prešpana treba sadržavati i sustav odrezivanja i sustav lijepljenja (Slika 2). Odrezivanje prešpana vrši se uz pomoć cirkularne pile. Cirkularna pila izabrana je iz razloga što materijal u sebi sadrži abrazivne uključke, te se zbog njih skraćuje vijek trajanja alata. Kada se alat istroši lagano se zamjenjuje novim i proizvodnja teče dalje. Sustav lijepljenja se koristi kako si se višeslojni namotaji međusobno povezivali, te nakon izuzimanja iz stroja zadržali svoj oblik. Broj namotaja prešpana ovisi o zahtjevima debljine izolacije i debljini samog prešpana, a svaki namotaj između je potrebno lijepiti. [4]



Slika 2 Konceptualno rješenje stroja za oblikovanje prešpana u cilindričan oblik

2. ODABIR KONCEPTUALNOG RIJEŠENJA MJERENJA RADIJUSA

Dominantan problem u pronalasku metode mjerenja je veliki raspon radijusa koje stroj mora proizvesti. Drugim riječima, postupak mjerenja mora biti dovoljno fleksibilan kako bi mogao učinkovito mjeriti veći raspon radijusa, te se nameće pitanje kako i gdje postaviti senzor. Prilikom razmatranja potencijalnih senzora prikladnih za mjerenje radijusa cilindričnih ploha tankostjenog izolacijskog materijala, velika većina ih može mjeriti samo jednodimenzionalnu mjernu vrijednost, odnosno samo jednu točku radijusa. U tom se slučaju nameće potreba za ugradnjom većeg broja potencijalno prikladnih senzora, što za posljedicu ima povećanje troškova i složenosti konstrukcije. Uslijed razmjerno velikih varijacija u radijusima koje je potrebno formirati, bilo bi potrebno realizirati konstrukciju kojom bi se te senzore moglo pozicionirati u različite orijentacije zavisno o radijusu.

2.1. Definiranje kružnice

Definicija kružnice govori kako je ona skup svih točaka jednako udaljenih od središta kružnice gdje udaljenost točaka predstavlja radijus r . Iz toga proizlazi kako se kružnica definira uz pomoć koordinate središta i radijusa kružnice, što pokazuje i jednadžba kružnice sa središtem u točki $S(p, q)$ i polumjerom r :

$$r = \sqrt{(x - p)^2 + (y - q)^2} \quad (1)$$

Metoda mjerenja namijenjena je mjerenju radijusa, te je potrebno saznati koliko ono iznosi. Prema jed. (1) kako bi se izračunao radijus potrebno je poznavati dvije točke ravnine, odnosno koordinate središta i koordinate jedne točke kroz koju kružnica prolazi. Određivanje koordinate točke na kružnici može se odrediti mjerenjem, dok je mjerenje središta kružnice nemoguće jer se po definiciji radi o fiktivnoj točki. Pošto se središte kružnice ne može mjeriti jed. (1) je neupotrebljiva u ovom obliku.

Ukoliko se ponovno koriste dvije točke, ali kojima je moguće odrediti položaj kao rezultat dobiva se beskonačan broj kružnica koje sadrže te dvije točke na svom obodu. Razlog beskonačnog broja kružnica je u tome što će dvije točke uvijek ležati na istom pravcu dok je kružnica definirana točkama koje ne smiju biti kolinearne, odnosno ležati na istome pravcu. Kako bi se postigao uvjet ne kolinearnosti potrebno je imati 3 točke koje zatvaraju trokut čija je površina veća od nule. Ova tvrdnja se može prikazati tako što se odredi trokut s vrhovima

ABC kroz koji se označe simetrale stranica. Točka sjecišta simetrala stranica označit će koordinatu točke koja je jednako udaljena od sve tri točke trokuta, a ujedno označava i točku opisane kružnice trokuta. Ako je trokut ABC pravokutan, središte opisane kružnice se nalazi na polovištu hipotenuze, ako je trokut tupokutan, nalazi se izvan trokuta ili ako se radi o šiljastom trokutu središte će se nalaziti unutar trokuta što znači da sve dok je postoje tri točke trokut je jednoznačno definiran. Jednadžba kružnice koja definira kružnicu uz pomoć tri točke (x_1, y_1) , (x_2, y_2) i (x_3, y_3) glasi [5]:

$$Ax^2 + Ay^2 + Bx + Cy + D = 0 \quad (2)$$

Nakon što se zamijene tri zadane točke koje leže na kružnici, dobiva se skup jednadžbi koje se mogu zapisati u sljedećem obliku:

$$\begin{bmatrix} x^2 + y^2 & x & y & 1 \\ x_1^2 + y_1^2 & x_1 & y_1 & 1 \\ x_2^2 + y_2^2 & x_2 & y_2 & 1 \\ x_3^2 + y_3^2 & x_3 & y_3 & 1 \end{bmatrix} = 0 \quad (3)$$

Koeficijenti A, B, C i D računaju se rješavanjem sljedećih determinanti:

$$A = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$B = \begin{bmatrix} x_1^2 + y_1^2 & y_1 & 1 \\ x_2^2 + y_2^2 & y_2 & 1 \\ x_3^2 + y_3^2 & y_3 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$C = \begin{bmatrix} x_1^2 + y_1^2 & x_1 & 1 \\ x_2^2 + y_2^2 & x_2 & 1 \\ x_3^2 + y_3^2 & x_3 & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$D = \begin{bmatrix} x_1^2 + y_1^2 & x_1 & y_1 \\ x_2^2 + y_2^2 & x_2 & y_2 \\ x_3^2 + y_3^2 & x_3 & y_3 \end{bmatrix} \quad (7)$$

Nakon rješavanja determinanti dobiva se da su koeficijenti A, B, C i D jednaki:

$$A = x_1(y_2 - y_3) - y_1(x_2 - x_3) + x_2y_3 - x_3y_2 \quad (8)$$

$$B = -[(x_1^2 + y_1^2)(y_3 - y_3) + (x_2^2 + y_2^2)(y_2 - y_3) + (x_3^2 + y_3^2)(y_2 - y_1)] \quad (9)$$

$$C = (x_1^2 + y_1^2)(x_2 - x_3) + (x_2^2 + y_2^2)(x_3 - x_1) + (x_3^2 + y_3^2)(x_1 - x_2) \quad (10)$$

$$D = -[(x_1^2 + y_1^2)(x_3 y_2 - x_2 y_3) + (x_2^2 + y_2^2)(x_1 y_3 - x_3 y_1) + (x_3^2 + y_3^2)(x_2 y_1 - x_1 y_2)] \quad (11)$$

Središte kružnice $S(x, y)$ i radijus kroz tri dane točke glasi:

$$x = -\frac{(x_1^2 + y_1^2)(y_3 - y_2) + (x_2^2 + y_2^2)(y_2 - y_3) + (x_3^2 + y_3^2)(y_2 - y_1)}{2(x_1(y_2 - y_3) - y_1(x_2 - x_3) + x_2 y_3 - x_3 y_2)} \quad (12)$$

$$y = -\frac{B}{2A} = \frac{(x_1^2 + y_1^2)(x_2 - x_3) + (x_2^2 + y_2^2)(x_3 - x_1) + (x_3^2 + y_3^2)(x_1 - x_2)}{2(x_1(y_2 - y_3) - y_1(x_2 - x_3) + x_2 y_3 - x_3 y_2)} \quad (13)$$

$$r = \sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2} = \sqrt{\frac{B^2 + C^2 - 4AD}{4A^2}} \quad (14)$$

Iz jed. (14) vidi se kako radijus kružnice ovisi o koeficijentima dobivenim pomoću točaka koje se nalaze na kružnici. Dokaz da se kružnica definira korištenjem 3 točke na kružnici mogao se provesti i tako da se koordinate triju točaka uvrste u jed. (1) čime se dobiva sustav od 3 jednačbe i 3 nepoznanice, od čega su nepoznanice koordinate središta i radijus kružnice.

Prethodna analiza predstavlja analitičko određivanje kružnice dok u stvarnim uvjetima kružnica određuje uz pomoć što većeg broja točaka. Razlog je tomu što stvarni objekti nisu idealni i imaju svoja odstupanja od oblika. Kako bi se znao stvarni oblik predmeta potrebno je napraviti mjerenja u što je više mogućih točaka, te se nakon toga uz pomoć prikupljenih podataka i metoda određivanja određuju stvarne mjere.

2.2. Konceptualno rješenje mjerenja radijusa

Kao prvo intuitivno rješenje nameće se uporaba ticala. Međutim, ticalo za svoj rad koristi pritisnu silu s funkcijom ostvarivanja kontinuiranog zahvata s mjerenom površinom. Kontaktna pritisna sila ticala dovela bi do unosa elastične deformacije u tankostjeni materijal što bi rezultiralo pogrešnim mjerenjem. Grešku mjerenja koju bi kontakt uzrokovao je nemoguće točno odrediti pa se ona ne bi mogla niti korigirati u rezultatu.

Uslijed činjenice da kontaktne metode rezultiraju deformacijom mjerne pozicije, rješavanje problema ograničeno je korištenjem beskontaktnih metode. Odabirom bilo kojega senzora bit će potrebno mjeriti poziciju u najmanje tri točke iz prethodno navedenog razloga. U tim točkama elastična deformacija mora u potpunosti iščeznuti. Zbog tog ograničenja ne može se koristiti točka između pogonskog i potpornog valjka čiji je položaj poznat.

Jedan od beskontaktnih senzora je i ultrazvučni senzor koji je sam po sebi nedovoljno točan, a u ovoj aplikaciji došle bi do izražaja i druge njegove mane. Ultrazvučni senzor generira akustični val pod određenim kutom zavisio o izvedbi senzora, a kreće se od 15° na više. Problem akustičnog vala je taj što se odbija od određenog dijela zakrivljene površine za koji se ne može sa sigurnošću tvrditi koji je, te također uslijed zakrivljenosti prešpana dolazilo bi i do odbijanja zvučnih valova u raznim smjerovima gdje bi se moglo dogoditi da se odaslani signal niti ne reflektira na senzor. Preostali su još induktivni i kapacitivni senzori. Induktivni senzor je neupotrebljiv zbog male relativne magnetske permeabilnosti prešpana, dok je kapacitivni senzor zbog svog uskog prostora detektiranja problematičan za izradu stroja i osjetljivost mu je veoma slaba za zadani materijal.

Iz navedenih razloga korištenje klasičnih senzora nije prikladno, te je primjenjivu tehniku mjerenja potrebno tražiti upotrebom vizijskog sustava odnosno strojnog vida.

3. STROJNI VID

Strojni vid je sustav koji obavlja akviziciju slike, automatsku obradu, te analizu slike prema unaprijed zadanim algoritmima i za izlaz daje rezultate analize izdvojenih značajki. Zbog mogućnosti široke primjene često se koristi u industriji za sortiranje, kontrolu i usmjeravanje, a tome u prilog ide i veliki napredak u procesorskoj snazi računala, te cjenovnoj pristupačnosti. Sustav se sastoji od hardverskog i softverskog dijela. Hardverski dio čine jedna ili više kamera, računalo i dodatna oprema. Softver čine svi programi i datoteke potrebni za obradu slike. Podaci dobiveni iz pripadajuće programske podrške šalju se na upravljačke uređaje kao što su robotski kontroleri, mikrokontroleri, PLC itd.

3.1. Razvoj strojnog vida

Razvoj vizijskog sustava može se podijeliti u sljedeće korake:

1. Specifikacija zadatka
2. Izvedba sustava
3. Proračun troškova
4. Razvoj i instalacija sustava.

Uspješna izrada sustava temelji se na kvalitetnim ulaznim parametrima. Osim zahtjeva za sustav potrebno je i opisati u kakvim će uvjetima sustav raditi.

Osnovni koraci prilikom izvedbe sustava su:

1. Određivanje vidnog polja
2. Izračun potrebne rezolucije
3. Izbor objektiva
4. Odabir kamere
5. Određivanje rasvjete
6. Određivanje konstrukcijske izvedbe
7. Odabir odgovarajućih algoritama za obradu i analizu slike

Područje gledanja FOV (eng. Field of View) je prostorna scena koja se mora obuhvatiti. FOV mora pokriti maksimalnu veličinu predmeta mjerenja, na tu veličinu dodaje se odstupanje od zadane orijentacije, odstupanje veličine predmeta mjerenja, margine i faktor povećanja

kamere. Stoga se u horizontalnom i vertikalnom smjeru FOV računa tako da se zbroje sve veličine.

Postoji više vrsta rezolucija te ih je potrebno razlikovati:

1. Rezolucija senzora kamere R_i – označava količinu redaka odnosno stupaca koji senzora kamere ima, a definiran je građom samog senzora. Količina se mjeri u pikselima.

$$R_i = \frac{FOV}{R_s} \quad (15)$$

2. Prostorna rezolucija R_s – usko je vezana uz mapiranje objekata stvarnog svijeta na senzor kamere. Prostorna rezolucija se mjeriti u mm/piksel, te predstavlja odnos S_f stvarne veličine najmanje značajke i N_f broja piksela koji ju opisuju. Izračunava se:

$$R_s = \frac{S_f}{N_f} \quad (16)$$

3. Optička rezolucija – predstavlja sposobnost optičkog sustava da prikaže detalje snimljenog objekta. Bira se na temelju senzora kamere tako da optička rezolucija bude jednaka ili veća od rezolucije senzora, a mjeri se slikanjem kontrolnih karata.

Rasvjeta je važan parametar u vizijskim sustavima. Ona značajno pridonosi u izražavanju značajki koje se predočuju na ulaznoj slici u program. Zadatak planiranja rasvjete je kako povećati omjer signal-šum, te naglasiti značajke. Svako poboljšanje u domeni rasvjete povećati će pouzdanost vizijskog sustava. U isto vrijeme smanjit će se kompleksnost softvera i algoritama te će cijeli sustav postati brži. Dnevno se svjetlo tokom dana mijenja, te je ono nepoželjno kao rasvjeta. Iz toga razloga je potrebno osigurati stabilnu rasvjetnu. U tu svrhu se koriste razne tehnike osvjetljivanja kao što su: prednje osvjetljenje, pozadinsko osvjetljenje, osvjetljenje s tamnim poljem, aksijalno difuzno osvjetljenje, difuzno svjetlo itd..

Konstruktivna izvedba sustava je potrebna kako bi vizijski sustav bio definiran u prostoru i kvalitetno izvršavao svoju funkciju. Konstruiranjem sustava potrebno je vizijski sustav sklopiti u jednu zasebnu cjelinu ili kao nadogradnju postojećeg sustava. Također je potrebno komponente sustava izdvojiti od drugih okolišnih uvjeta kao što su prašina, vlaga, vibracije itd.

Softverska komponenta je značajan dio vizijskog sustava, te prilikom kompleksnijih upotreba značajan dio cijene izrade sustava upravo otpada na njen razvoj.

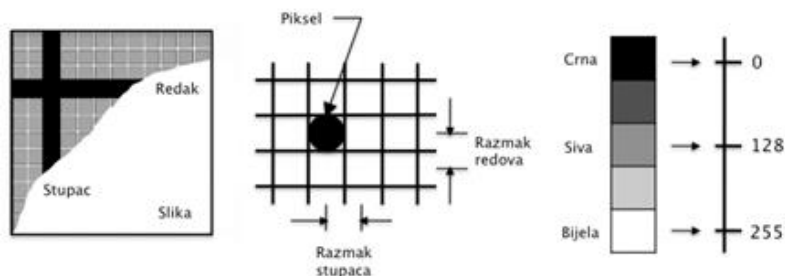
4. HARDVERSKJE KOMPONENTE

Potrebna oprema za izradu vizijskog sustava proizlazi iz odabrane metode koja će se koristiti. Ona se sastoji od kamere, objektiva, rasvjete i dodatne opreme. Pošto se radi o ispitivanju metode mjerenja radijusa oprema koja se koristi nije proračunata za zadani slučaj već se koristila dostupna oprema unutar laboratorija. Ukoliko se koncept mjerenja pokaže prikladnim, a izvršavanje datog problema, proračun će se provesti za specifičan slučaj u kojem će se i koristiti.

4.1. Kamera

Glavni dio kamere je senzor koji pretvara elektromagnetsko zračenje kojim je površina senzora obasjana u električni signal. Koristi se u digitalnim kamerama i raznim vizijskim sustavima. Danas su najčešće u upotrebi dva tipa senzora: CCD (engl. charge-coupled device) i CMOS (engl. complementary metal-oxide-semiconductor) senzor. Proces pretvorbe iz stvarne scene u digitalnu sliku izvršava se mjerenjem osvijetljenosti, gdje se osvijetljene manifestira kao naboj i mjeri se za svaki piksel. Akvizicija slike se vrši tako da svjetlost obasjava senzor određeno vrijeme, a nakon toga započinje očitavanje. Očitavanje se razlikuje između CCD i CMOS senzora. CCD senzor sadrži registar koji je jednak broju piksela jednog stupca senzora i nakon kojeg se nalazi pojačalo. Nakon što je osvjetljavanje završilo svaki stupac se pomiče u registar, a njegovo mjesto zauzima stupac do njega. Tako se stupac po stupac senzora šalje u registar i prazni za sljedeće osvjetljavanje. Kod CMOS senzora svaki piksel sadrži svoje pojačalo što omogućuje očitavanje vrijednosti osvijetljenosti direktno s piksela. Svaki piksel bilo s CCD ili CMOS senzora dolazi na pojačalo gdje se njegov signal pojačava. Količina pojačanja određuje se pojačanjem signala (engl. Gain). Povećanjem pojačanja signala potrebna je manja količina svjetlosti za jednako vrijeme trajanja ekspozicije. S druge strane to rezultira većim šumom na slici. Uz pojačanje koji je zapravo koeficijent intenziteta piksela, signalu se još dodaje se pribrojnik svjetline (engl. Brightness). Takav signal dolazi u analogno digitalni pretvornik koji pretvara analogni signal u digitalni te šalje kao izlazni signal senzora. Svaki pixel može poprimiti vrijednost između 0 i 255 (Slika 3). Sve vrijednosti između su tonovi sive boje ako se radi o crno bijeloj slici. Proces se ponavlja za svaki pixel senzora, te nakon što je svaki pixel učitan senzor je spreman za ponovno osvjetljavanje. Bez obzira na to što proces traje kratko, ipak je potrebno određeno vrijeme. Vrijeme koje je senzor proveo u osvjetljavanju naziva se

brzina zatvarača ili ekspozicija (engl. *exposure*). Naziv brzina zatvarača je malo neprikladan jer se ne odnosi na brzinu nego vrijeme koje je senzor proveo osvjetljivanje i mjeri se u sekundama, a ima veliki značaj kod promatranja ne statičnog odnosa kamere i objekta.



Slika 3 Prikaz izgleda senzora kamere i razine osvjetljenosti

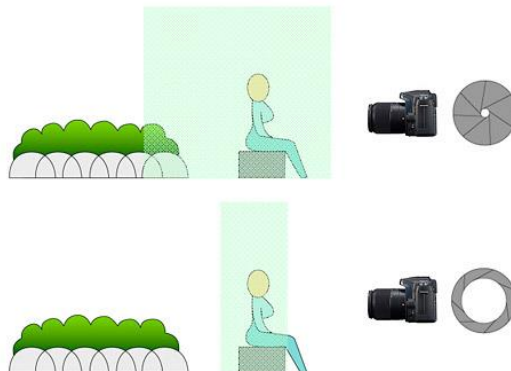
Senzori se razlikuju i prema tome snimaju li sliku u bolji ili crno bijelu. U standardnoj fotografiji danas je besmisleno razgovarati o korištenju crno bijelih senzora, dok se u vizijskim sustavima često koristi. Naime većina današnjih kamera u boji koristi Bayerov filter na kojemu svaki piksel propušta jednu od zelene, plave ili crvene boje. Boja koja se nalazi na pikselu određena je samim pikselom i vrijednostima osvjetljenja njegovih susjednih piksela čime je stvarna rezolucija senzora daleko manja. Imajući u vidu kako je informacija o boji nerijetko i nepotrebna, u praksi se često koriste crno bijele kamere.

U aplikacijama koje se baziraju na realnom vremenu kamera se koristi za snimanje kontinuiranih slika odnosno videa. Specifična brzina videa mjeri se u broju akvizicija unutar jedne sekunde i označava se s FPS (engl. Frame Per Second).

4.2. Objektiv

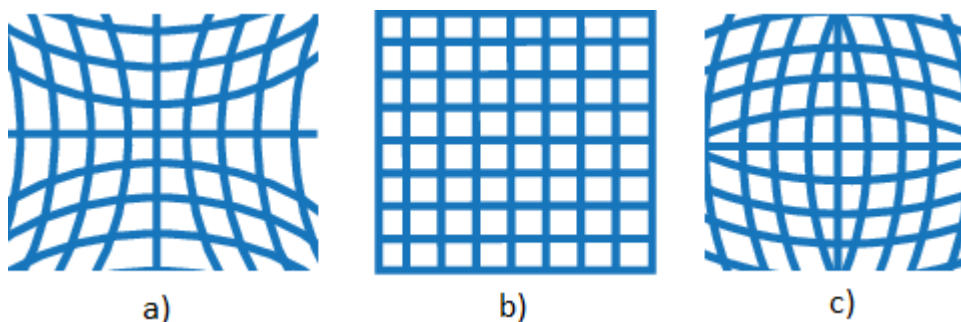
Objektiv je optički element koji pokrivenu scenu usmjerava na senzor kamere. Određuju se na temelju dva parametra, a to su žarišna duljina i promjer prednje leće objektiva. Prilikom odabira žarišne duljine potrebno je poznavati udaljenost senzora od objekta mjerenja i pokrivenost scene. Što je veći promjer leće objektiva bit će kraće potrebno vrijeme osvjetljavanja senzora. Najvažniji dijelovi objektiva su blenda (engl. *Aperture*) i sustav leća za fokusiranje. Otvorom blende je definirana dubinska oština DOF (engl. *Depth of field*), dok se fokusom određuje udaljenost DOF-a od objektiva. Otvaranjem blende smanjuje se DOF i omogućuje kraća ekspozicija uslijed veće količine svjetlosti koja pada na senzor kamere. Smanjenje DOF-a omogućuje da određena značajka unutar malog DOF može biti u fokusu a sve ostale značajke

na različitoj udaljenosti od objektiva bivaju izvan fokusa (Slika 4). Smanjenjem broja fokusiranih značajki na samom početku se eliminiraju značajke izvan razmatranja, što naknadno rezultira potencijalno bržim procesom obrade slike.



Slika 4 Ovisnost dubinske oštine DOF o otvoru blende

Objektivi se dijele na širokokutne (eng. *wide-angle lens*), normalne (eng. *standard lens*) i tele-objektive (eng. *Telephotos lenses*). Upotrebom širokokutnih objektiva dolazi do bačvastog (eng. *Barrel distortion*) izobličenja dok povećanjem žarišne duljine kod tele-objektivana prijelazi u jastučasto (eng. *Pincushion distortion*) izobličenje (Slika 5). Ukoliko objektiv ima podesivu fokalnu duljinu, odnosno zoom dolazi do kombinacije bačvaste i jastučaste distorzije (eng. *Mustache distortion*).



Slika 5 Prikaz vrsta izobličenja slike uzrokovanih objektivom: a) jastučasto izobličenje, b) bez izobličenja, c) bačvasto izobličenje

Za ispitivanje metode bitno je odabrati objektiv koji će osigurati približno potrebno vidno polje uz što manju distorziju slike.

4.3. Odabir tehnike rasvjete

Odabir vrste rasvjete ovisi o veličini predmeta, značajkama površine i geometriji dijela koji se razmatra. Zadatak rasvjete je povećati omjer signal-šum i kontrasta kako bi se naglasile značajke od interesa. Šumom na slici mogu se smatrati sve nepoželjne značajke koje mogu utjecati na obradu slike. U svrhu osvjetljivanja koriste se različite tehnike kao što su: prednje osvjetljenje, pozadinsko osvjetljenje, osvjetljenje s tamnim poljem, aksijalno difuzno osvjetljenje, difuzno svijetlo itd..

Tehnika za mjerenje radijusa se također može izvesti na više različitih načina. Varijacije tehnika prednjeg osvjetljenja za ovu metodu nisu od koristi jer se njima izražava struktura i površinske značajke predmeta što nije predmet interesa.

Za mjerenje radijusa potrebne su značajke oblika i u tu svrhu se može koristiti pozadinsko osvjetljenje. Pozadinskim osvjetljenjem i kamerom postavljenom okomito na ravninu u kojoj se izrađuje cilindar prešana nalazi, ostvarilo bi se polje točaka kojima bi se lako odredila kružnica deformiranja. Ovakvo rješenje je moguće provesti u idealiziranim uvjetima. Naime cilindar prešpana radi se u nekoliko namatanja gdje se svaka površina unutar namotaja lijepi. Lijepilo će uslijed gravitacije padati na stol i time utjecati na intenzitet svjetlosti pozadinskog osvjetljenja, te samim time dolazi do mogućnosti unosa poremećaja u sustav, a time i krivog očitavanja slike. Nadalje prešpan nakon izlaza iz valjaka ne mora biti uvijek potpuno okomit na površinu već lagano izvijen što će se na slici vidjeti kao široka krivulja za koju se ne može znati gdje joj prolazi središte. Iz navedenih razloga se odustalo od daljnjeg razmatranja pozadinskog osvjetljenja kao moguće primjene.

Pošto se niti jedna vrsta globalnog osvjetljivanja nije smatrala dovoljno dobrom, potrebno je pronaći način lokalnog osvjetljavanja koji bi se mogao odrediti radijus deformiranja. Kao rješenje nameće se upotreba lasera. Korištenjem minimalno 3 laserske točke projicirane na plašt cilindra i kamerom za maknutom nad ravninom u kojoj se laserske točke nalaze moguće je odrediti njihove položaje i definirati kružnicu koju prešpan poprima. Nedostatak primjene tri laserska točkasta izvora je tome što je njima moguće dobiti tek minimalni broj točaka kojima je moguće odrediti radijus, što za posljedicu može imati vrlo nepovoljan utjecaj na točnost mjerenja.

Kao alternativno rješenje, nameće se korištenje laserske linije koja daje veliki broj točaka na plaštu cilindra, te time opisuje oblik cilindra u široj regiji. Uz pomoć takvog polja točaka odredit će se kružnica po kojoj se prešpan savija.

5. PROGRAMSKA PODRŠKA

Na tržištu danas postoje brojni programski paketi koji omogućuju lako i brzo kreiranje programa za obradu slike. Takovi programi iziskuju plaćanje licence, a ponekad rade isključivo s određenim modelima kamera. Ovakav pristup rješavanju problema je potencijalno ograničavajući, a ponekad i neisplativ. Osim korištenja komercijalnih rješenja postoji mogućnost samostalnog programiranja. Takav iskorak omogućuje visoku fleksibilnost programa, njegovu optimizaciju i korištenje opreme po vlastitom izboru. Negativna strana ovoga pristupa je dulji razvoj programa, te iziskuje znanje programiranja i obrade slike.

Jedan od tih paketa je i OpenCV (engl. Open Source Computer Vision Library) pod licencom koja omogućuje njegovo korištenje za akademske i komercijalne svrhe na području računalnog vida. Moguće je korištenje u osnovnim programskim jezicima kao što su C++, Python i Java, te je podržan na glavnim operativnim sustavima Windows, Linux i Mac OS.

Jedan od zadataka završnog rada je i izrada programa temeljena na bibliotekama otvorenog koda kako bi se ova tehnika mjerenja mogla koristiti uz minimalna financijska ulaganja. Iz navedenih razloga kao operativni sustav korišten je Linux, programski jezik Python i razni paketi kao što su NumPy, ArUco, itd.

Program je podijeljen u tri cjeline, a to su: kalibracija kamere, perspektivna kalibracija i glavni program za kontinuirano mjerenje radijusa. Glavni ulazni podatak prilikom pokretanja programa su svojstva kamere u što spada rezolucija kamere i broj slika u sekundi. Prilikom kalibracije kamere i perspektivne kalibracije dobiveni se podaci spremaju u vanjski dokument koji se kasnije koristi u glavnom programu za mjerenje radijusa. Važan dio programa je održati slijednost podataka kako bi se spriječila bilo koja netočnost mjerenja.

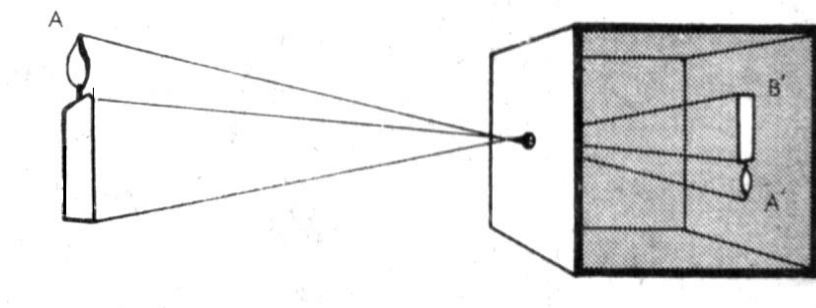
5.1. Kalibracija kamere

Kalibracijom kamere određuju se parametri objektiva i senzora kamere. Poznavanjem ovih parametara moguća je korekcija distorzije uzrokovane nesavršenostima kamere što kao rezultat omogućuje mjerenje stvarne veličine ili određivanje položaja kamere u prostoru s većom preciznošću. Parametri kamere uključuju vanjske i unutarnje parametre, te koeficijente deformacije. Za procjenu parametara kamere potrebno je imati 3D točke iz stvarnog svijeta i njihove odgovarajuće točke na 2D ravnini odnosno slici. U tu svrhu se koriste kalibracijske

ploče. Njihov izgled je predefiniran i moguće je povezati slike iz stvarnog svijeta sa snimljenom slikom.

Kako bi se postavio matematički model, potrebno je poznavati matematički model kamere. U ovom slučaju se koristi model Pinhole kamere i objektiva. Pinhole kamera ne uzima u obzir distorzije slike pošto njena izvorna konstrukcija ne sadrži objektiv. Kako bi se postiglo rješenje što bliže stvarnom u algoritam se dodaje i model distorzije nastale utjecajem objektiva.

Pinhole kamera je bazični model (Slika 6), a njen je model najlakše prikazati kao kutiju s malim kružnim otvorom. Svjetlost prolazi kroz otvor i projicira okrenutu sliku na stražnji dio kamere.



Slika 6 Model Pinhole kamere

Mapiranje 3D prostornih točaka na 2D ravninu slike se provodi izrazom:

$$W \begin{bmatrix} x & y & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X & Y & Z & 1 \end{bmatrix} P \quad (17)$$

gdje je W faktor skaliranja, x i y točke na slici, X Y i Z koordinate točaka iz stvarnog svijeta i P matrica kamere. Parametri Pinhole kamere su prikazani matricom koja se naziva matrica kamere (engl. Camera matrix):

$$P = \begin{bmatrix} R \\ t \end{bmatrix} K \quad (18)$$

gdje su R rotacijski vektor, a t translacijski vektor vanjskog parametra, dok je K matrica unutarnjih parametara. Unutarnji parametri sadrže informacije položaja optičkog centra i žarišnu duljinu:

$$K = \begin{bmatrix} f_x & 0 & x_0 \\ 0 & f_y & y_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (19)$$

Vanjski parametri služe za transformiranje 3D koordinata točaka vanjskog svijeta u 3D koordinatni sustav kamere, dok unutarnji parametri transformiraju 3D koordinate kamere u 2D sliku.

Pošto model Pinhole kamere nema objektiv, matrica kamere ne sadrži informacije o distorziji slike za koje je upravo on i odgovoran. Kako bi se predočilo stvarno iskrivljenje slike u model se uključuje radijalno i tangencijalno iskrivljenje uzrokovano objektivom.

U matematičkom obliku radijalna distorzija se izražava kao:

$$x_{rd} = x(1 + k_1r^2 + k_2r^4 + k_3r^6) \quad (20)$$

$$y_{rd} = y(1 + k_1r^2 + k_2r^4 + k_3r^6) \quad (21)$$

gdje su za sve (x, y) točke sa slike, korigirane u izlaznoj slici na poziciju (x_{rd}, y_{rd}) .

Tangencijalna distorzija slike događa se uslijed ne savršenosti izrade kamera, odnosno dolazi do toga da senzor nije savršeno paralelan sa ravninom slike. Iz tog razloga neki predmeti na slici se mogu činiti bližim od drugih. Tangencijalna distorzija izražava se kao:

$$x_{td} = x + [(2p_1xy + p_2(r^2 + 2x^2))] \quad (22)$$

$$y_{td} = y + [p_1(r^2 + 2y^2) + 2p_2xy] \quad (23)$$

gdje su također sve (x, y) točke sa slike, korigirane u izlaznoj slici na (x_{td}, y_{td}) .

Ove jednadžbe daju pet distorzijskih parametara što je u OpenCV-u predstavljeno kao matrica:

$$\text{koeficijent_deformacije} = [k1 \quad k2 \quad p1 \quad p2 \quad k3] \quad (24)$$

Postupak kalibracije provodi se određivanjem koeficijenata deformacije, te unutarnjih i vanjskih parametara. Proces se odvija uz pomoć osnovnih geometrijskih jednadžbi koje se razlikuju ovisno o modelu kalibriranja, odnosno objektu uz pomoć kojega se kalibrira. Za objekt kalibracije najčešće se koristi kalibracijska ploča u obliku šahovnice, a mogu se koristiti ploče sa simetričnim i nesimetričnim krugovima. Objekt kalibriranja je potrebno slikati nekoliko puta tako da na svakoj slici zauzima drugačiju orijentaciju, odnosno položaj u prostoru. Također objekt mora biti u potpunosti unutar kadra. Svaka slika s pronađenim kalibracijskim objektom

rezultira novom jednadžbom te iz tog razloga je potrebno više slika. U teoriji je minimalan broj dvije slike, ali se zbog preciznosti preporuča ne manje od deset slika s detektiranim uzorkom.

Funkcija koja se koristi za kalibraciju kamere je:

```
ret, mtx, dist, rvecs, tvecs = cv2.CalibrateCamera(objectPoints, imagePoints,  
pointCounts, imageSize, flags=0). [7]
```

Izlazne informacije algoritma su *ret, mtx, dist, rvecs, tvecs*. *Ret* govori o uspješnosti izvođenja kalibracije, a može biti *False* ili *True*. *Mtx* je matrica unutarnjih parametara kamere, dok *dist* sadrži odstupanja u radijalnom i tangencijalnom smjeru. *Rvec* i *tvec* su rotacijski i translacijski vektori kalibracijskog uzoraka, a ima ih jednako koliko i slika na kojima je pronađen kalibracijski uzorak.

Za kalibraciju kamere u *OpenCv-u* prethodno je potrebno prikupiti nekoliko informacija. Potrebne informacije su matrica *objectPoints* koje se unaprijed definiraju ovisno o obliku kalibracijskog uzorka i matrica *imagePoints* koje se prikupljaju iz svake slike gdje je pronađen kalibracijski uzorak. *objectPoints* je skup vektora točaka kalibracijskog uzorka u koordinatnome sustavu kalibriranog uzorka. Broj vektora jednak je broju slika na kojima je uzorak pronađen, a svaki vektor mora biti isti ukoliko se radi o istom kalibracijskom uzorku. Iz toga razloga se za kalibracijski uzorak unaprijed definira njegov vektor, odnosno oblik. Ukoliko se sve točke uzorka ne bi vidjele ili bi se radilo o drugom uzorku vektori bi bili različiti. Početna pretpostavka je da se radi o prostornom uzorku, no pošto je kalibracijski uzorak najčešće ravna ploča sve točke bi trebale biti u istoj ravnini. Iz toga razloga se zbog jednostavnosti zanemaruje dubinska os i vektori se svode na *XY* koordinatnu ravninu. Drugi skup vektora *imagePoints* dobiva se uz pomoć funkcije:

```
retval, corners=cv2.findChessboardCorners(image, patternSize, flags)
```

a predstavljaju skup vektora točaka pronađenog uzorka na slici. Funkcija *cv2.findChessboardCorners* je namijenjena detektiranje kalibracijskog uzorka. Informacija o detekciji kalibracijskog uzorka dobiva se Booleovim operatorom *retval*, koji je *False* za ne detektirani, odnosno *True* za detektirani kalibracijski uzorak. U slučaju da je pronađen kalibracijski uzorak funkcija vraća i niz detektiranih uglova kalibracijskog uzorka *corners*. Tako dobiveni niz točaka sprema se kao vektor u *imagePoints*.

PointCounts predstavlja vektor s brojem elemenata jednakim broju pronađenih kalibracijskih uzoraka, a svaki element vektora je cjelobrojni broj jednak broju pronađenih

točaka kalibracijskog uzorka. Pošto se za kalibraciju uzimaju isključivo slike na kojima je pronađen cijeli uzorak, ti brojevi moraju biti uvijek jednaki za istu vrstu kalibracijskog uzorka.

ImageSize služi isključivo kako bi se inicijalizirala unutarnja matrica kamere.

I posljednji ulazni parametar je *flags*. Najčešće se ne primjenjuje, a definira se kada se koristi oprema za koju je sigurno da ima točne karakteristike kao kada je senzor kamere u potpunosti okomit na optičku os (u tom slučaju na slici nema tangencijalnih deformacija) ili kada optička os prolazi sjecištem dijagonala senzora kamere.

5.2. Perspektivna transformacija

Perspektivna transformacija ili 2D homografija se koristi u obradi slike iz nekoliko razloga. Osnovni razlozi su mogućnost spajanja više slika odnosno registracija slika, njihovo uspoređivanje i promjenu točke gledišta. Razlog iz kojega se koristi perspektivna transformacija u ovoj metodi je promjena točke gledišta. Promjenom točke gledišta kameru se prividno premješta okomito u odnosu na mjereni radijus čime se omogućuje njegovo mjerenje.

Perspektivna transformacija je preslikavanje točaka iz jedne ravnine u drugu, gdje ravne linije ostaju ravne i nakon preslikavanja (Slika 7).



Slika 7 Prikaz perspektivne transformacije

Za izvođenje perspektivne transformacije potrebna je 3x3 matrica transformacije H :

$$H = \begin{bmatrix} h_{00} & h_{01} & h_{02} \\ h_{10} & h_{11} & h_{12} \\ h_{20} & h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} \quad (25)$$

Za definiranje matrice perspektivne transformacije potrebne su četiri točke sa slike te njihove koordinate na novoj slici, od kojih tri ne smiju biti kolinearne. Ako se kaže da su točke (x_1, y_1) točke ulazne slike, a (x_2, y_2) nove koordinate te iste točke na drugoj slici vrijedi jednakost:

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ 1 \end{bmatrix} = H \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{00} & h_{01} & h_{02} \\ h_{10} & h_{11} & h_{12} \\ h_{20} & h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (26)$$

Estimacija matrice perspektivne transformacije predstavlja izračun na temelju podudaranja točaka s dvije projekcijske plohe. Ako su poznate koordinate određenoga broja podudarnih točaka između dvije slike, potrebno je izračunati 3x3 matricu H tako da vrijedi prethodna jednakost. Broj točaka potrebnih za izračun jednak je broju stupnjeva slobode. Perspektivna transformacija ima 8 stupnjeva slobode, stoga ih je potrebno 8, odnosno 4 para podudarnih točaka.

Prilikom primjene perspektivne transformacije matricu transformacije H dobiva se uz pomoć funkcije:

$$retval = cv2.getPerspectiveTransform(src, dst).$$

Potrebni ulazni podaci su src što predstavlja niz od četiri koordinate točaka na ulaznoj slici i dst četiri koordinate točaka izlazne slike na kojima će se nalaziti točke definirane u src . Izlaz funkcije— je $retval$ i daje 3x3 matricu transformacije H .

Transformacije slike vrši se funkcijom:

$$dst = cv2.warpPerspective(src, M, dsize)$$

src je ulazna slika nad kojom se vrši transformacija, M je 3x3 matrica perspektivne transformacije dobivena *getPerspectiveTransformation* funkcijom, dok je parametrom $dsize$ definirana veličina izlazne slike. Funkcija vraća transformiranu sliku dst prema zadanim ulaznim parametrima.

5.2.1. ArUco

Namjena ArUco markera je procjena položaja u prostoru. Proces se temelji na pronalasku korespondencije između stvarnog okoliša i 2D predefinirane slike. Glavna prednost markera je što jedan marker omogućuje dovoljan broj točaka za orijentaciju istog u prostoru. Pozicija se definira iz rotacijskog i translacijskog vektora koji su proizašli iz matrice perspektivne transformacije. Izrađeni su kao crni kvadrati s ispunjenom unutrašnjošću koja definira njegov identifikator. Veličina markera ovisi o broju bitova unutar markera, npr. 25 bitni marker ima 5x5 polja koja mogu biti crni ili bijeli (Slika 8).



Slika 8 Primjer 5x5 ArUco markera

Prije detekcije markera, potrebno ga je izraditi i postaviti u okolinu. Marker se generira iz programa i najčešće printa na papir. Papir kod dugotrajnijih rješenja nije pouzdan pa se preporučuju drugi načini izrade koji su manje podložni vanjskim uvjetima. Kod preciznijih mjerenja od velike je važnosti imati točno definiranu veličinu markera kako bi mjerenje bilo preciznije. U tu se svrhu koristi plotanje, graviranje itd.

Markeri se međusobno razlikuju. Dije se prema veličini markera (engl. *marker size*) odnosno broju bitova koje kodiraju i veličine baze markera (engl. *dictionary size*). Odabir vrste markera ovisi o aplikaciji. Ukoliko je potreban veliki broj različitih markera koristit će se markeri iz baze sačinjene od većeg broja markera. Preporuka je korištenje manjih baza markera kako bi obujam potencijalnih markera u okolini bio što manji, a time bi se ubrzalo pretraživanje slike, te je u isto vrijeme smanjena mogućnost krive detekcije markera. Ako standardna baza markera ne odgovara zahtjevima moguće je kreiranje i vlastite.

Detekcija markera vrši se pretraživanjem slike. Ukoliko se na slici nalazi marker, program kao izlazni podatak daje listu pronađenih markera. Svaki detektirani marker uključuje četiri točke markera, odnosno koordinate četiri kuta kvadrata na slici i identifikacijski broj markera. Proces detektiranja markera sastoji se od dva glavna koraka: detektiranje svih kandidata za marker i određivanje radi li se o markeru.

U prvom koraku slika se analizira tako da se pronađu svi potencijalni četverokuti koji mogu biti markeri. Ono počinje adaptivnim pragom propusnosti osvijetljenosti kako bi se izdvojili markeri. Sve konture dobivene adaptivnim pragom propusnosti izdvajaju se, dok se sve one koje nisu konveksne ili ne aproksimiraju četverokutni oblik odbacuju. Uvjet konveksnosti koristi se iz razloga što prilikom značajnih perspektivnih transformacija dolazi do deformacije slike, a u tako deformiranim slikama kvadrat uvijek ostaje konveksni četverokut.

Također na temelju dodatnih uvjeta se uklanjaju konture koje nisu od značaja. Dodatni uvjeti su premale ili prevelike konture, konture koje su preblizu jedne drugima itd.

Nakon što su svi kandidati za marker detektirani, potrebno je odrediti jesu li to stvarno markeri i analizirajući njihov unutarnji binarni kod. Proces počinje izdvajanjem svakog markera. Izdvajanje se vrši uz pomoć perspektivne transformacije. Korištenjem 4 točke markera izračunava se matrica transformacije koja se potom koristi kako bi se marker transformirao u izvorni oblik. Nakon dobivanja markera izvodnog oblika primjenjuje se Otsu prag kojim se određuje jesu li bitovi unutar markera crni ili bijeli. Otsu prag nije predmet razmatranja pa se više o njemu može proučiti u [2]. Na kraju se iz tako dobivenog isječaka slike očitavaju polja i provjerava nalazi li se taj marker u definiranoj bazi.

Detekciju markera na slici vrši se funkcijom:

corners, ids, rejectedImgPoints = detectMarkers(img, dictionary, parameters)

Potrebna su tri ulazna podatka. Oni su redom *img* (ulazna slika), *dictionary* (vrsta markera koja se traži) i *parameters* (skupina vrijednosti svih parametara koji se primjenjuju tijekom pretraživanja i detekcije markera). Vrijednosti parametara su predefinirane, no ukoliko postoji potreba za njihovom izmjenom one se mogu podesiti. Za izlaz funkcije dobivaju se koordinate točaka rubova svih detektiranih markera *corners*, redni broj markera unutar pripadajuće baze *ids* i sve točke koje su uzete u razmatranje ali nisu prihvaćene kao markeri *rejectedImgPoints*.

5.3. Mjerenje radijusa

Mjerenje radijusa je glavni program. Za njegov rad su potrebne informacije dobivene iz kalibracije kamere i perspektivne transformacije. Točnost programa uvelike će ovisiti o informacijama dobivenim iz prethodnih koraka, stoga su i oni od velike važnosti.

5.3.1. Hough-ova metoda transformacije za kružnice

Hough-ova transformacija je metoda koja se koristi kod pretraživanja linija, kružnica i drugih oblika na slici. Originalna Hough transformacija je bila transformacija linije za pretraživanja binarne slike u pronalazi za pravcima. Transformacija se pokazala uspješnom pa se modificirala i za pretraživanje drugih oblika. Princip pretraživanja se sastoji od tri koraka. Prvi korak je priprema slike, odnosno obrada slike kako bi se dobila binarna slika s izraženim značajkama. Drugi korak je transformacija slike u parametarski prostor. Svaka se značajka izdvojena u

prvom koraku preslikava u parametarski prostor koji predstavlja akumulator. Dimenzionalna veličina akumulatora ovisi o broju parametara koji opisuju traženi oblik. Tako je akumulator za pravac dvodimenzionalan jer se pravac opisuje s dva parametra. Preslikavanje u akumulacijsko polje vrši se postupkom glasanja. Glasanje se odvija tako da se povećava vrijednost akumulacijskog polja na mjestu čije su koordinate jednake kombinaciji parametara traženog oblika. Treći korak je detekcija lokalnih maksimuma u akumulacijskom polju. U tu svrhu se najčešće koriste pragovi koji izuzimaju sve elemente iz akumulatora koje prelaze zadanu vrijednost praga. Osim pragova mogu se koristiti i dodatni uvjeti koji ubrzavaju algoritam.

Standardna Hough transformacija SHT (engl. *Standard Hough transform*) je modificirana verzija Hough transformacije za pretraživanje pravaca. Jednadžba kružnice glasi:

$$(x - p)^2 + (y - q)^2 = r^2 \quad (27)$$

gdje (p, q) predstavlja koordinate središta kružnice i r njezin radijus. Za definiranje kružnice kao što se vidi potrebna su tri parametra (p, q, r) , iz čega proizlazi da će akumulacijsko polje biti trodimenzionalno u obliku uspravnog stošca [8]. To bi značilo da je potrebno daleko više memorije i rezultiralo bi daleko sporijim procesom detekcije. Iz tog razloga razvile su se druge metode transformacije bazirane na Hough transformaciji. Pet ih je glavnih, a OpenCV koristi Hough gradijentnu metodu HGM (engl. *Hough gradient method*), ostale se mogu pogledati u literaturi [8].

Za HGM metodu pronalaska kružnice potrebno je definirati najmanji i najveći promjer kružnice koju će se tražiti, te prag propuštanja Canny detektora (prvi korak Houghove transformacije) i prag propuštanja točaka središta kružnica kojima će se tražiti promjer kružnice, a radi na sljedećem principu. Metoda kreće primjenom detektora rubova (u ovom slučaju se koristi Canny detektor [2]). Rezultat Canny-evog algoritma je binarna slika koja opisuje rubove na način da svi detektirani rubovi poprime maksimalnu vrijednost i kreiraju polje točaka, dok sve ostale točke budu jednake nuli. Za tako dobiveno polje točaka određuje se gradijent svake točke zasebno (gradijent točke postiže se Sobel operatorom u x i y smjeru slike). U smjeru gradijentne linije svake točke između zadanog maksimalnog i minimalnog radijusa dodjeljuje glasove koji se pohranjuju u dvodimenzionalni akumulator jednak veličini slike. Nakon što se akumulator popuni glasovima svih točaka, kandidati za centar radijusa su točke u akumulatoru s najviše glasova, a prihvaćaju se svi kandidati koji imaju više glasova od postavljenog praga propuštanja. Ti kandidati formiraju nove jednodimenzionalne histogramске

akumulatore svaki za sebe. Akumulator svakog središta popunjava se na način da svaka točka brida koja je prethodno dala glas toj točki središta sada da glas njihovoj međusobnoj udaljenosti. Ona udaljenost koja će imati najveći broj akumuliranih glasova točaka bridova bit će odabrana kao radijus pripadajućeg središta kružnice.

Ova metoda omogućuje puno veće brzine detekcije i reducira odnos signal-šum koji je velik u SHT metodi. Također ova metoda ima i svoje mane. Prva od njih je da gradijent dobiven Sobel operatorom nije uvijek savršeno okomit na tangentu stvarnog brida u toj točki, pa može doći do krivog popunjavanja akumulatora. Sljedeći nedostatak je u slučaju da je prag propuštanja prilikom odabira kandidata za središta kružnice prenizak. U tom slučaju algoritmu će biti potrebno puno vremena u sljedećem koraku. Iz tog razloga se preporučuje obrada slike tako da kružnice od interesa budu što istaknutije na slici kako bi samo one prošle početni prag. I na posljepku, najveći nedostatak algoritma je to što se kod odabira kandidata za središte izabire točka koja na lokalnom mjestu ima najviše glasova te iz tog razloga kod velikih kružnica ili koncentričnih kružnica će se u sljedećem koraku detektirati samo jedna. Detektirana kružnica biti će najvjerojatnije ona najvećeg radijusa pošto ima najveći broj točaka koje ju opisuju, odnosno koje su joj dodijelile glas.

Funkcija kojoj se pretražuju kružnice u OpenCV-u je:

circles = cv2.HoughCircles(img, method, dp, minDist, par1, par2, minR, maxR) [9]

Ulazna slika je 8-bitna u sivim tonovima. a metode detekcije je isključivo HGM. Parametrom *dp* se podešava rezolucija akumulatora u odnosu na rezoluciju slike. Ako je *dp* podešen na 1 onda je rezolucija akumulatora jednaka rezoluciji slike. Podešavanjem veće vrijednosti rezultirat će smanjenjem rezolucije akumulatora. Tako će za *dp=2* rezolucija akumulatora biti duplo manja od rezolucije slike.

Parametrom *minDist* određena je minimalna udaljenost između središta kružnice, a udaljenost se izražava u pikselima. Ukoliko se više kandidata za središte kružnice nalaze blizu jedno drugome uzet će se u daljnje razmatranje samo ono središte koje ima najviše glasova u akumulatoru i svi ostali kandidati unutar *minDist* će se izostaviti u daljnjem razmatranju za određivanje njihovog radijusa.

Par1 je vezan uz Canny detektor bridova. On prilikom određivanja bridova dobivenih Sobel-ovim operatorom koristi dvije razine propusnosti, odnosno gornji i donji prag. *Par1*

označava gornji prag, dok je donji prag jednak polovici zadanog gornjeg praga. *Par2* je također vrijednost praga ali korišten u akumulatoru kod odabira potencijalnih središta kružnica.

Preostala dva parametra su *minR* i *maxR* koji označavaju minimalni i maksimalni radijus koji se pretražuje na slici, a mjeri se u pikselima. Ovim parametrima može se poprilično ubrzati proces pretraživanja jer o njihovim vrijednostima ovisi i broj točaka na gradijentnim pravcima, a kasnije i broju polja u jednodimenzionalnom akumulatoru.

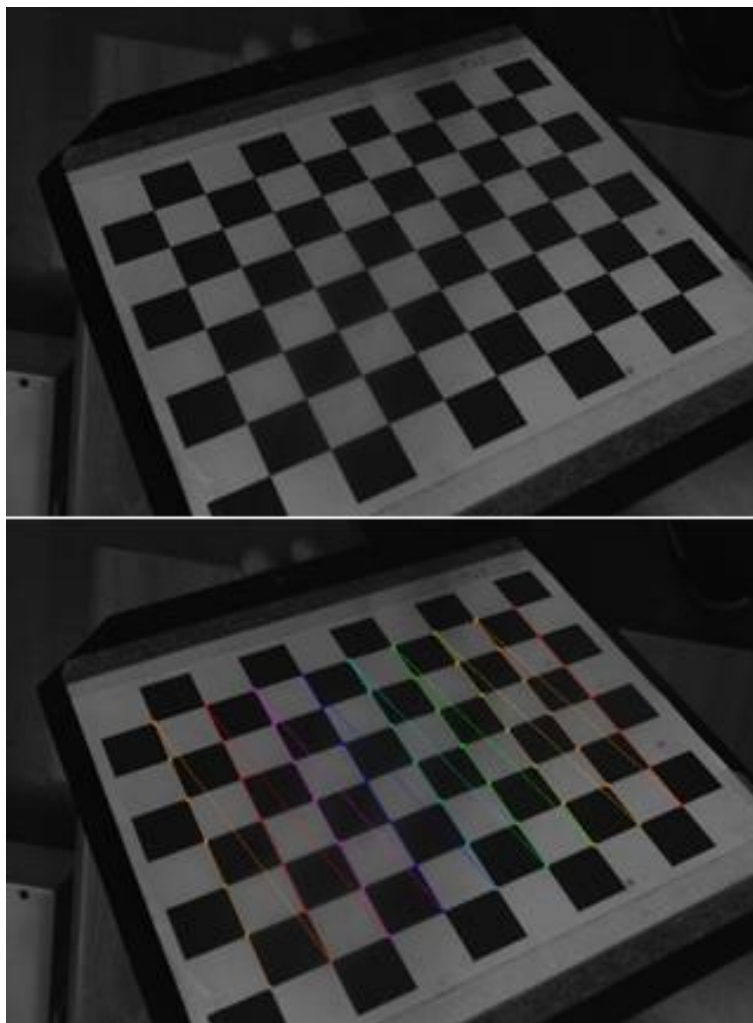
Izlaz funkcije *circles* sačinjen je od pronađenih kružnica. Svaka pronađena kružnica sadrži tri decimalna broja koja predstavljaju koordinate središta i radijus kružnice

6. ISPITIVANJE

Ispitivanje se provodilo opremom i priborom dostupnim unutar laboratorija. Prilikom odabira opreme obradila se pažnja na izbor najprikladnije opreme za uzetu metodu. Korištena kamera je monokromatska industrijska kamera DMK 23UX174 s objektivom FUJINON CF12.5HA-1. Maksimalna rezolucija kamere je 1920x1200 (2.3MP) i brzine od 53 FPS-a. Kamera je pričvršćena na sferni nosač koji je imao mogućnost pomicanja vertikalno po stativu. Na stativ je također bio pričvršćen i laser sa svoja dva sferna zgloba koja su služila za njegovo podešavanje.

6.1. Kalibracija kamere

Tijekom kalibracije kamere potrebno je uzorak uslikati u što različitijim orijentacijama, tako da se kroz uslikane slike pokrije cijelo vidno polje kamere s kalibracijskim uzorkom. Vrsta kalibracijskog uzoraka tijekom kalibracije mora biti ista, a jedino što se može mijenjati je njegova skalirana veličina. Korištenjem šahovske ploče kao kalibracijski uzorak važno je da se na slici vide sve točke dodira susjednih kvadrata. Ukoliko je jedna od tih točaka van kadra ili nije detektirana, ta slika će biti odbačena i neće se razmatrati tijekom kalibracije. Nakon što su učitane slike šahovskih ploča, program iterativno detektira sve kalibracijske uzorke (Slika 9). Na temelju pronađenih kalibracijskih uzoraka daje potrebne parametre koji će se kasnije koristiti u otklanjanju deformacije slike uzrokovane nesavršenostima kamere i objektiva.

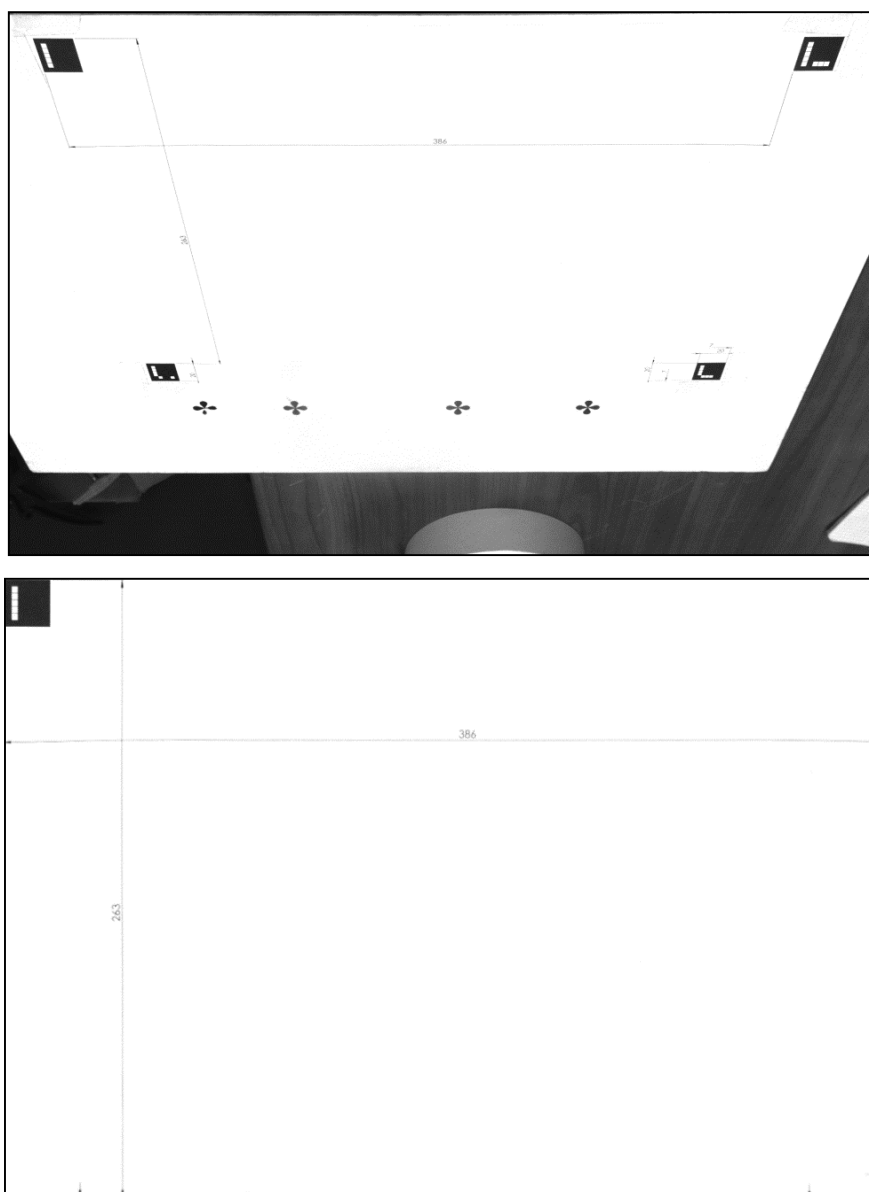


Slika 9 Učitani kalibracijski uzorak i detektirani kalibracijski uzorak

6.2. Perspektivna kalibracija

Prilikom provođenja perspektivne kalibracije potrebno je pozicionirati lasersku liniju tako da je u istoj ravnini kao i kalibracijski uzorak. Za testiranje metode mjerenja radijusa, perspektivna kalibracija se provodila u nekoliko različitih pozicija, odnosno kutova u odnosu na normalu kalibracijskog uzorka. Time se željelo ispitati kakav će utjecaj imati položaj kamere na rezultat mjerenja. Mjerenja su se provela u 5 pozicija, odnosno 5 kuteva u odnosu na normalu markera od 5° , 20° , 45° , 60° i 80° . Kalibracija započinje tako da se učitava slika s kalibracijskom pločom na kojoj se jasno vide svi markeri. Prilikom kalibracije pod velikim kutovima uzorak je bilo otežano snimiti pošto se povećanjem kuta snimanja povećava i razlika udaljenosti bližih i udaljenijih markera od kamere. Kada razlika udaljenosti postane veća od dubinske oštine dolazi do problema detekcije markera jer se oni više ne nalaze

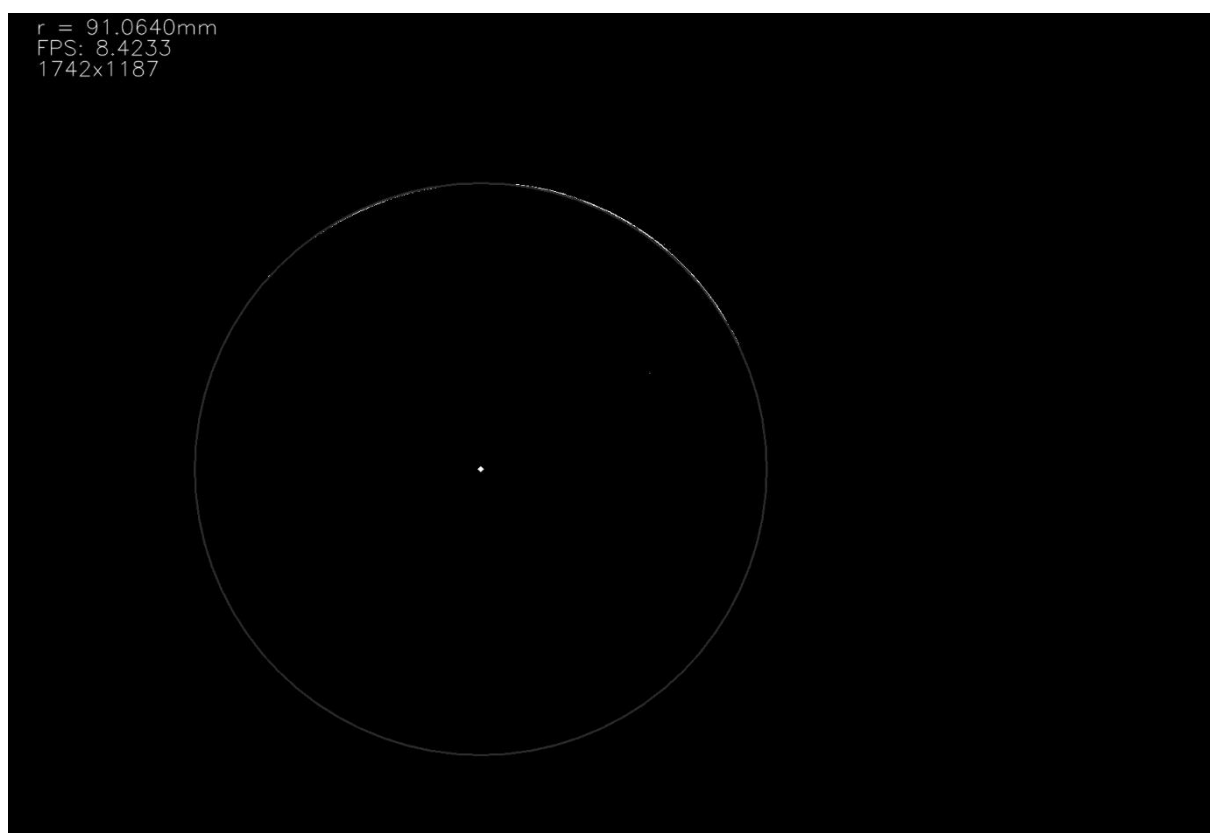
unutar fokusa. Također, povećanjem kuta kamere transformacija nad slikom je sve značajnija te se očekuje i smanjenje točnosti mjerenja uslijed nesavršenosti preklapanja ravnine lasera i markera. Nakon što se slika učitala i odredila matrica perspektivne transformacije moguće ju je primijeniti na svaku sljedeću sliku (Slika 10).



Slika 10 Ulazna slika i izlazna perspektivno transformirana slika

6.3. Mjerenje radijusa

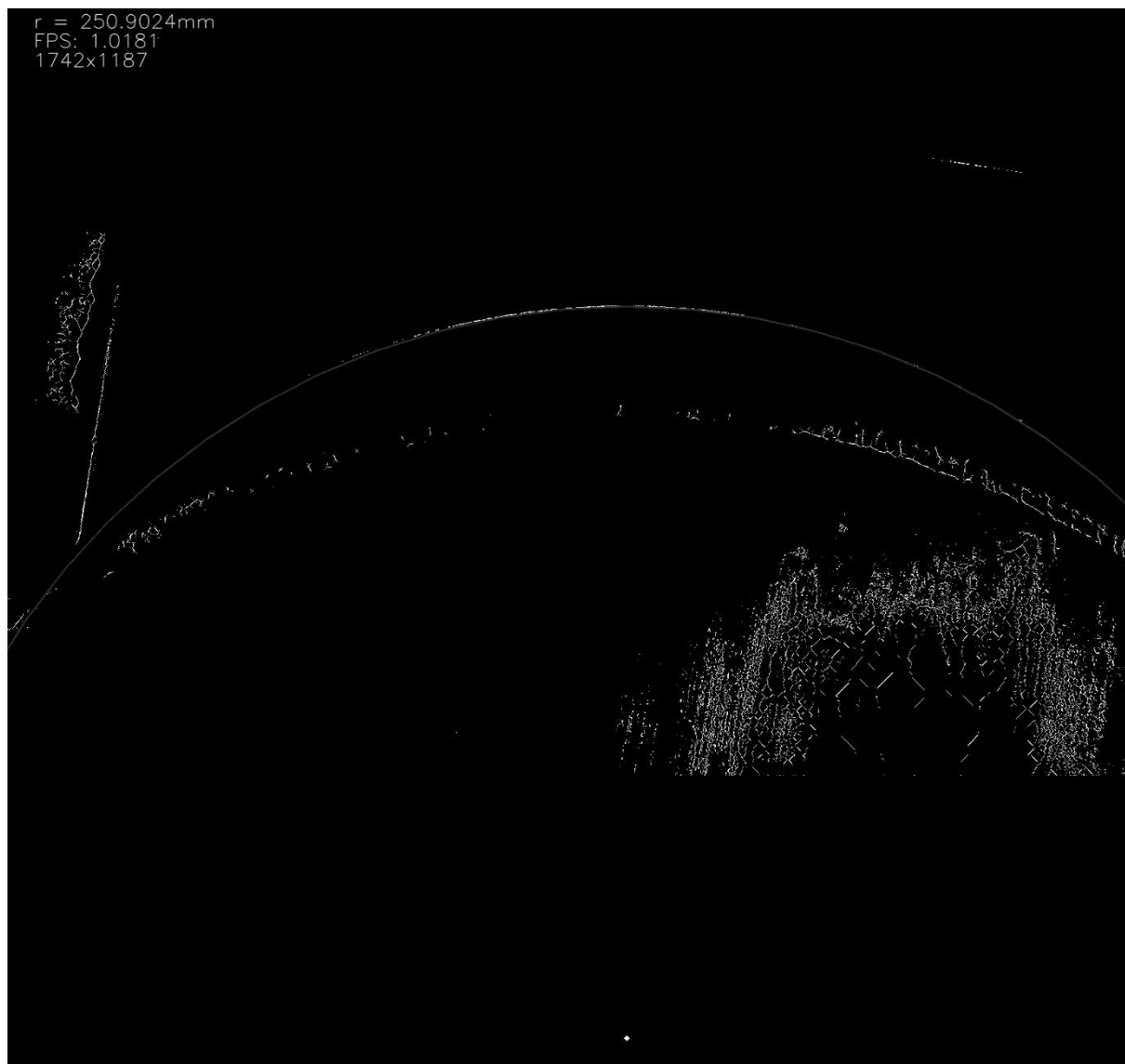
Zahtjev nad traženom metodom je sposobnost mjerenja radijusa u rasponu od 100mm do 500mm. Problem koji se javio prilikom ispitivanja je pronaći predmet za koji se zna točan radijus, te ako se radi o kružnom profilu da je radijus u svim dijelovima jednak. Predmet najveće kružnosti bila je čelična cijev hrapave površine čiji je promjer iznosio između 507mm i 509mm ovisno u kojem se segmentu mjerio. Drugi uzorak imao je reflektirajuću površinu promjera 180mm. Pošto se radi o tankom savijenom i varenom u pojedinim dijelovima su izraženiji defekti. Rezultat primjera mjerenja prikazan je na slici (Slika 11).



Slika 11 Slika izmjerenog radijusa

Okolina u kojoj se provodilo mjerenje bila je djelomično zamračena kako bi laserska zraka bila što dominantnijeg intenziteta i kako ne bi dolazilo do refleksije okolišnog osvjetljenja od predmeta mjerenja ili radnog stola na kojem se predmet nalazi. Ako se na slici pojavi odbljesak, veliki broj točaka ima veću vrijednost od praga propuštanja te se sve te točke uzimaju u obzir prilikom traženja kružnice (Slika 12) . Rezultat ove pojave je drastičan pad u brzini

obrade slike. Efekt je prisutan samo kod visoko reflektirajućih površina, što nije slučaj kod prešpana.



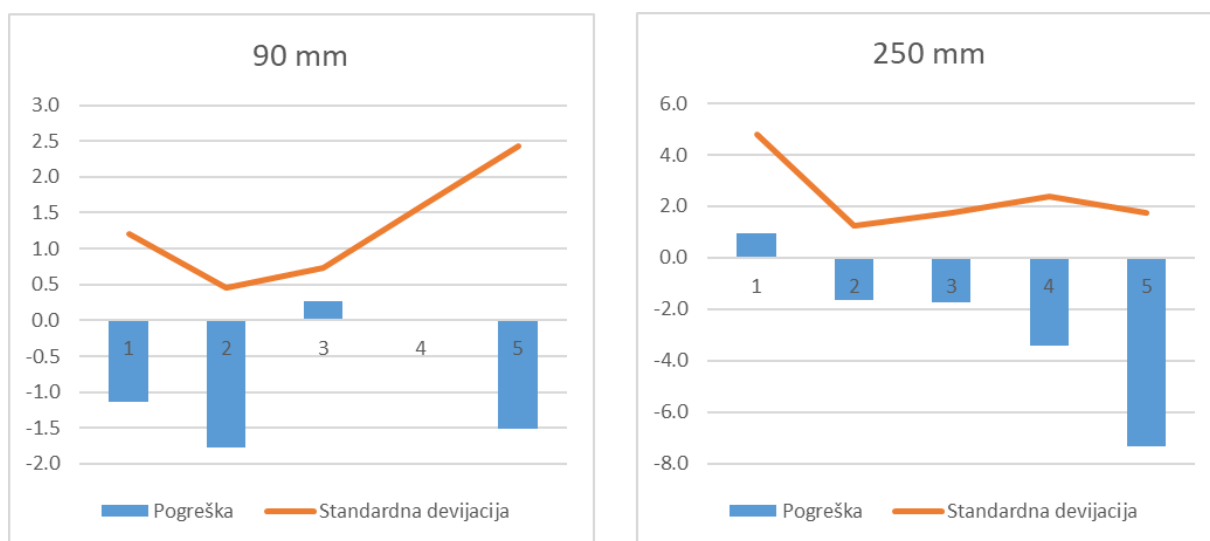
Slika 12 Slika sa pronađenim radijusom i odbljeskom

Mjerenja su se provela u 5 pozicija, odnosno 5 kuteva u odnosu na normalu ispitnog stola od 5°, 20°, 45°, 60° i 80°. U svakoj od položaja kamera se mjerio radijus dvaju navedenih predmeta mjerenja. Radijus se mjerio u 7 različitih dijelova vidnoga polja kamere kako si se utvrdilo rasipanje rezultata u ovisnosti o položaju predmeta u vidnom polju kamere. Iz tako dobivenih podataka za svaki skup od 7 vrijednosti izračunata je njihova srednja vrijednost,

pogreška odnosno razlika stvarnog radijusa i srednje vrijednosti, te standardna devijacija. Dobiveni podaci potom su prikazani u grafičkom obliku (Slika 13).

Tablica 1 Podaci mjerenja

Kut kamere	5°		20°		45°		60°		80°	
Mjereni radijus [mm]	90	254	90	254	90	254	90	254	90	254
1	91.88	253.56	92.53	253.56	90.31	254.76	90.08	259.33	93.06	260.42
2	89.62	253.03	91.06	256.31	90.09	256.53	88.62	259.63	88.09	260.16
3	92.96	257.24	91.64	255.24	88.71	254.49	88.8	259.14	92.35	264.11
4	89.94	243.95	92.04	254.62	89.2	255.2	89.82	259.14	92.88	260.21
5	90.47	257.23	91.773	257.32	90	258.83	89.43	255.42	90.84	263.66
6	92.01	256.35	91.46	256.44	90.71	253.69	89.86	255.15	88.62	260.16
7	91.03	250.09	91.86	255.96	89.07	256.75	93.35	254.14	94.7	260.56
Srednja vrijednost	91.13	253.06	91.77	255.64	89.73	255.75	89.99	257.42	91.51	261.33
Pogreška	-1.130	0.936	-1.766	-1.636	0.273	-1.750	0.006	-3.421	-1.506	-7.326
Standardna devijacija	1.213	4.791	0.461	1.261	0.737	1.742	1.578	2.393	2.438	1.759



Slika 13 Grafički prikaz podataka dobivenih mjerenjem

Podaci dobiveni mjerenjima ne predstavljaju ideale karakteristike metode. Izvor odstupanja u mjerenju je nesavršenost ispitnog postava. Glavni nedostaci su: nedostatak predmeta precizno izmjerenog radijusa različitih dimenzija, nedovoljno precizno izmjerene pozicije ArUco

markera, markeri izrađeni na papiru, te nedovoljno točnu orijentaciju laserske linije s obzirom na referentnu površinu.

Iz dobivenih rezultata zaključuje se kako je najmanje rasipanje rezultata mjerenja oko 20° , te se taj kut može smatrati optimalnim s obzirom na cjelokupni raspon mjerenih radijusa. Također se pokazalo kako povećanjem kuta kod malih radijusa raste rasipanje rezultata, dok ono kod većih radijusa ostaje isto. Ako se mjere i veći radijusi od 254mm, moguće je da standardna devijacija poprimi padajuću krivulju. Razlog smanjena rasipanja podataka je u tome što kamera ima u kadru veći broj točaka te nakon transformacije slike lakše aproksimira kružnicu.

S povećanjem kuta kao što se i pretpostavljalo smanjivala se i točnost mjerenja koja je uzrokovana nesavršenošću ispitnog postava, a s povećanjem transformacije slike greška će biti sve izraženija. Također povećanjem kuta kamera se sve više približava u ravninu laserske zrake gdje zraka poprima oblik linije i svako odstupanje uzrokuje značajnu grešku mjerenja.

Nadalje glavni uzrok pogreške kod mjerenja velikih radijusa predstavlja maleni dio kružnice koji se mjeri. Problem se može izbjeći korištenjem dviju ili više kamera i laserskog izvora.

7. ZAKLJUČAK

Metoda mjerenja radijusa uz pomoć vizijskog sustava potpomognutog laserom pokazala se brzom, jednostavnom i dovoljno točnom prilikom mjerenja većih radijusa kod kojih nema zahtjeva za visokom preciznošću mjerenja. Kao što je vidljivo u rezultatima ispitivanja, ona nije savršena te ju je potrebno unaprjeđivati. Glavne smjernice poboljšavanja su u boljoj konstrukcijskoj izvedbi kojom bi se značajnije povećala točnost sustava, koja je trenutno i najveći nedostatak. Unutar programskog dijela potrebno je ostvariti adaptivno podešavanje parametara kamere i parametre obrade slike čiji bi cilj bio filtrirati isključivo lasersku zraku na predmetu mjerenja. Time bi se doprinijelo na robusnosti i brzini sustava, ali i kvalitetnijoj detekciji kružnice. Osim Hough-ove metode pronalaska kružnice postoje i druge metode koje bi bilo potrebno ispitati i utvrditi koja je metoda najprikladnija. Testiranje drugih metoda, optimiranje i međusobno uspoređivanje je moguće tek nakon što se izvede stabilan postav koji će ulaznu grešku svesti na minimum, te će se dobiveni rezultati moći uspoređivati međusobno. Ukoliko se otklone navedene poteškoće vrlo vjerojatno će metoda biti primjenjivana i u praktičnoj primjeni.

LITERATURA

- [1] Gonzalez, Rafael C., and Richard E. Woods. "Digital image processing second edition." Beijing: Publishing House of Electronics Industry 455 (2002).
- [2] Bradski, Gary, and Adrian Kaehler. Learning OpenCV: Computer vision with the OpenCV library. " O'Reilly Media, Inc.", 2008.
- [3] Modrić, M.: konstrukcijska izvedba savijanja potpornih profila namota transformatora, Diplomski rad, Fakultet strojarstva i brodogradnje, 2017
- [4] Čanadi, M.: Konstrukcija prigona za lijepljenje i odrezivanje potpornih profila namota transformatora, Završni rad, Fakultet strojarstva i brodogradnje, 2018
- [5] AmBrSoft, <http://www.ambrsoft.com/trigocalc/circle3d.htm>, 21.12.2018.
- [6] MathWorks, <https://www.mathworks.com/help/vision/ug/camera-calibration.html>, 18.10.2018.
- [7] OpenCV, https://docs.opencv.org/2.4/modules/calib3d/doc/camera_calibration_and_3d_reconstruction.html, 19.10.2018
- [8] Yuen, H. K., et al. "Comparative study of Hough transform methods for circle finding." Image and vision computing 8.1 (1990): 71-77.
- [9] OpenCV, https://docs.opencv.org/2.4/modules/imgproc/doc/feature_detection.html?